

TRANSFORMADA DE LAPLACE INVERSA

Por

Miriam Rodríguez Olivarez

Recordemos que transformar convierte del dominio del tiempo t al dominio de la variable s

1

$$f(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} F(s)$$

2

Entonces es natural pensar en la forma de regresar del dominio s al dominio t

La transformada de Laplace de la función $f(t)$ es $F(s)$, entonces $f(t)$ es la transformada de Laplace inversa de $F(s)$

3

$$F(s) \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} f(t)$$

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s)$$

$$\mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} = f(t)$$

4

Para encontrar la transformada inversa nos apoyamos de algunas fórmulas

1 $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s}\right\} = 1$

2 $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{n!}{s^{n+1}}\right\} = t^n$

3 $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s-a}\right\} = e^{at}$

4 $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{k}{s^2+k^2}\right\} = \text{sen } kt$

5 $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{s}{s^2+k^2}\right\} = \text{cos } kt$

Ejemplo: Encontrar la transformada inversa de

5

$$\frac{1}{s^5}$$

6

Verificar con las fórmulas que tenemos

Tenemos que ver que nuestra función coincida con alguna de las fórmulas en el punto 4, o encontrar la más parecida. En nuestro caso, nuestra función se parece a la fórmula 2.

2 $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{n!}{s^{n+1}}\right\} = t^n$

$$\begin{cases} n+1=5 \\ n=4 \end{cases}$$

Casi coincide, pero para que sea exactamente igual tendíamos que tener en el numerador el valor $n!$, que en nuestro caso es $4!$

7

$$\frac{1}{s^5} = 1 \cdot \frac{1}{s^5}$$

$$= \frac{4!}{4!} \cdot \frac{1}{s^5} = \frac{1}{4!} \cdot \frac{4!}{s^5}$$

8

Recordamos que la transformada de Laplace es lineal, entonces también lo es la inversa, eso quiere decir que

Por lo que el resultado final es

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s^5}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{4!} \cdot \frac{4!}{s^5}\right\}$$

$$= \frac{1}{4!} \cdot \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{4!}{s^5}\right\} = \frac{1}{4!} \cdot t^4$$

9

$$\mathcal{L}^{-1}\{\alpha F(s) + \beta G(s)\} = \alpha \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} + \beta \mathcal{L}^{-1}\{G(s)\}$$

10

Para más información puedes consultar



En el canal de youtube MateFácil, puedes apoyarte, específicamente del vídeo 191. Transformadas inversas de Laplace: ¿qué son? Y primeros ejemplos. El código QR para ir al vídeo se encuentra aquí.