TRANSFORMADA DE UNA FUNCIÓN POR TRAMOS

USANDO LA DEFINICIÓN

Por
Miriam Rodríguez Olivarez

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^\infty f(t)\, e^{-st}\, dt$$

1) LA DEFINICIÓN

Recordamos cómo se define la Transformada de Laplace

2) APLICAR A LA FUNCIÓN QUE DESEAMOS TRANSFORMAR

Específicamente la función a tratar es continua por tramos, definida como

$$f(t) = \begin{cases} t, & 0 \leq t < 1 \\ 1, & t \geq 1 \end{cases}$$

$$f(t) = \begin{cases} t, & \boxed{0 \leq t < 1} \\ 1, & \boxed{t \geq 1} \end{cases}$$

3) OBSERVAR LOS INTERVALOS...

o dominio donde cada parte de la función esté definida, en este caso el intervalo [0,∞) se parte en [0,1) y [1,∞). Separar así la integral

4) SUSTITUIR LA FUNCIÓN

En la integral del paso anterior se sustituye la función que esté definida para el intervalo dado, es decir:

$$\underbrace{\int_0^1 t\, e^{-st}\, dt + \int_1^\infty 1 \cdot e^{-st}\, dt}_{\int_0^\infty f(t)\, e^{-st}\, dt}$$

$$u = t \qquad dv = e^{-st}\, dt$$

$$du = dt \qquad v = -\frac{1}{s} e^{-st}$$

$$\int u\, dv = uv - \int v\, du$$

5) RESOLVER LAS INTEGRALES

La primera se puede resolver por **integración por partes y la segunda por las fórmulas que ya conocemos**

6) EVALUAR EN LOS LÍMITES DE INTEGRACIÓN

Como último paso sólo queda hacer uso del Teorema fundamental del cálculo y las técnicas de integrales impropias y resolver. Así el resultado es

$$\frac{1}{s^2}\left[1 - e^{-s}\right]$$

7) PARA MÁS INFORMACIÓN

Un vídeo que puede ayudar a entender este proceso de solución puede ser el del canal de youtube: Academatica

UN ADELANTO...

En el futuro, no se usará la definición para aplicar la transformada, en caso de que la función este definida por tramos, se usará algo llamado: función escalón unitario

Referencias e imagenes tomados de Zill, D. G., Cullen, M. R., Hernández, A. E. G., & López, E. F. (2002). Ecuaciones diferenciales con problemas de valores en la frontera. Thomson

cc BY